

Dipartimento di Fisica e Astronomia

Corso di Laurea in Astronomia

EMISSIONE DI BREMSSTRAHLUNG E APPLICAZIONI ASTROFISICHE

Tesi di laurea

Presentata da:
Haydée Carpino

Relatore:
Chiar.mo Prof.
Daniele Dallacasa

Anno Accademico 2018/2019

Abstract

Oggetto di questa tesi è la *bremsstrahlung*, principale meccanismo di emissione di plasmi astrofisici. Posto che una particella accelerata emetta con potenza data dalla formula di Larmor, in un plasma termico si può studiare il singolo evento di *bremsstrahlung* come l'interazione tra un elettrone libero ed uno ione. Essendo l'energia conseguentemente emessa espressa in funzione della velocità, si arriva all'emissività totale, attraverso la distribuzione di Maxwell-Boltzmann valida in un plasma termico. Viene poi preso in considerazione il caso in cui il plasma presenti autoassorbimento ed il caso relativistico. Nella seconda parte, definite alcune grandezze caratteristiche, si passa ad esaminare alcune applicazioni astrofisiche, quali l'emissione dell'ICM che permea gli ammassi di galassie -ponendo attenzione all'Ammasso della Chioma ed al *missing mass problem*- e su scala galattica l'emissione dell'ISM. In particolare sono state approfondite le emissioni di regioni HII, facendo riferimento a W3(A) e W3(OH), e di oggetti Herbig-Haro.

Contents

Contents

1	Bremsstrahlung	1
1.1	Introduzione	1
1.2	Emissione di una particella carica accelerata	1
1.3	Singolo evento	2
1.4	Bremsstrahlung termica di un plasma	4
1.5	Bremsstrahlung termica con autoassorbimento	7
1.6	Bremsstrahlung relativistica	9
2	Applicazioni astrofisiche	10
2.1	Introduzione: caratteristiche e osservabili	10
2.2	Ammassi di galassie e ICM	11
2.3	Bremsstrahlung su scala galattica: ISM	13
2.3.1	Regioni HII	14
2.3.2	Oggetti Herbig-Haro	15
Appendice		
	Stima dei parametri d'impatto	i
Bibliography		ii

Chapter 1

Bremsstrahlung

1.1 Introduzione

Per *bremsstrahlung* si intende l'emissione di radiazione da parte di una particella elettricamente carica accelerata nel campo coulombiano generato da un'altra carica. Il processo comporta una perdita in termini di energia cinetica da parte della particella, motivo per il quale vi si può pensare come al frenamento di una particella incidente da parte di un campo coulombiano: *bremsstrahlung* in tedesco significa appunto “radiazione di frenamento”. Essendo necessaria la presenza di una particella la cui carica produca un campo coulombiano, il processo è di particolare rilevanza nella trattazione di plasmi astrofisici, ove la ionizzazione consente che gli elettroni liberi interagiscano con il campo generato dai nuclei ionizzati. Poiché la particella incidente non si trova in stato legato né prima né dopo l'interazione, si parla anche di *emissione free-free*: non corrispondendo ad una transizione energetica quantizzata ma ad una variazione di energia cinetica della particella, la radiazione può assumere valori energetici con continuità, con potenza legata alla *formula di Larmor*, il che porterà complessivamente ad uno spettro continuo in frequenza. Si prenderà inizialmente in considerazione un plasma termico, ossia un plasma per il quale si suppone che le interazioni tra le particelle siano sufficientemente frequenti da consentire il mantenimento della distribuzione di velocità di Maxwell-Boltzmann, che comporta che velocità media delle particelle e temperatura siano legate mediante la relazione $\frac{3}{2}kT = \langle \frac{1}{2}mv^2 \rangle$. Benché una trattazione rigorosa del fenomeno richiederebbe l'utilizzo dell'elettrodinamica quantistica, assumendo che persa da un elettrone nella singola collisione sia di molto inferiore alla sua energia cinetica iniziale ($h\nu \ll \varepsilon$),¹ si può applicare un approccio semiclassico. Questo porta ad una formulazione di corretta dipendenza funzionale dai parametri fisici coinvolti, che può essere poi generalizzata raccogliendo le correzioni quantistiche in termini detti *fattori di Gaunt*. [1] [2]

1.2 Emissione di una particella carica accelerata

La potenza della radiazione emessa da una singola particella carica non relativistica quando subisce una variazione di velocità è data dalla *formula di Larmor*², espressa

¹Costante di Planck, $h \approx 6.6 \times 10^{-27}$ erg s.

²La sua derivazione, che non è fatta oggetto di questa tesi, è possibile mediante le equazioni di Maxwell dell'elettromagnetismo classico, e la conseguente introduzione dei potenziali di Liénard-Wiechert.

come

$$P(t) = \frac{dE}{dt} = \frac{2\ddot{d}(t)^2}{3c^3} = \frac{2q^2a(t)^2}{3c^3} \quad (1.1)$$

nell'approssimazione di dipolo. Si può notare come in tale approssimazione il processo comporti una emissione non nulla quando le particelle coinvolte nell'interazione non siano identiche, il che renderebbe nullo il momento di dipolo. Inoltre, la formula di Larmor mostra come la potenza dell'emissione di una carica accelerata dipenda dal quadrato di tale accelerazione. Questa è inversamente proporzionale alla massa della particella, per cui la potenza irradiata sarà maggiore per particelle meno massive. L'elettrone, la cui massa è $m_e = 9.11 \times 10^{-28}g$, è la particella elementare elettricamente carica meno massiva, mentre invece il singolo protone ha una massa maggiore di un fattore 10^3 . Pertanto la sua emissione sarà trascurabile, in quanto di potenza inferiore di un fattore 10^6 . Per arrivare allo studio dell'emissione complessiva di un plasma termico, per via di queste considerazioni, nella prossima sezione verrà considerato come singolo evento l'interazione di un elettrone con il campo elettrico di un nucleo. La radiazione emessa risulta essere polarizzata con campo elettrico perpendicolare alla direzione di propagazione e giacente sul piano che questa definisce insieme al vettore accelerazione.[2][3]

1.3 Singolo evento

Si prende in considerazione un singolo elettrone libero in moto con velocità v , di carica $-e$, che entra in interazione con il campo coulombiano di un nucleo di carica $+Ze$ ³, venendone decelerato. Ci si pone nel sistema di riferimento del nucleo, e si considera pertanto statico il suo campo, studiando unicamente la dominante emissione dell'elettrone, la cui potenza sarà descritta dalla formula di Larmor. Essendo la forza coulombiana

$$F = ma(t) \approx -\frac{Ze^2}{x(t)^2} \quad (1.2)$$

dove $x(t)$ rappresenta la distanza tra elettrone e nucleo in funzione del tempo, l'accelerazione $a(t)$ che subisce l'elettrone in tale interazione è

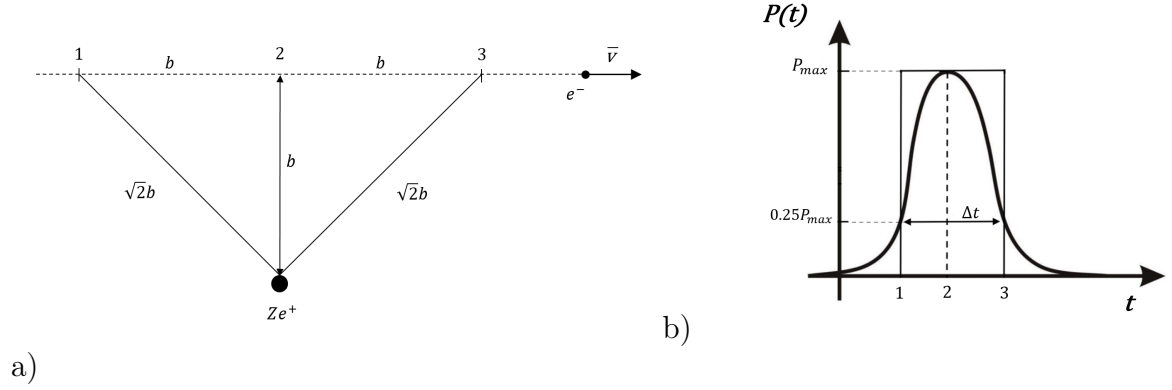
$$a(t) = -\frac{Ze^2}{mx(t)^2}. \quad (1.3)$$

La potenza emessa è quindi $\propto x(t)^{-4}$, per cui si avrà emissione massima P_{max} in corrispondenza della minima distanza tra elettrone e nucleo. Assumendo che la velocità v sia sufficientemente elevata perché la deviazione dalla traiettoria originaria sia trascurabile, si può trattare il singolo evento come se l'elettrone percorresse una traiettoria rettilinea. La distanza minima x_{min} tra tale traiettoria ed il nucleo definisce una grandezza caratteristica dell'interazione, il *parametro d'impatto* b . Si considera l'emissione significativamente diversa da zero dal momento in cui la distanza tra elettrone e nucleo è pari a $\sqrt{2}b$ (punto 1 della Figura 1.1 a e b) al momento in cui questa distanza viene nuovamente raggiunta (punto 3), dopo aver superato il punto corrispondente a $x_{min} = b$ (punto 2).

Pertanto, assumendo che anche il modulo della velocità non cambi significativamente durante l'interazione, si può stimare l'ordine della durata temporale dell'emissione come

$$\Delta t \sim \frac{2b}{v}. \quad (1.4)$$

³Dove Z è il numero atomico.



a)

b)

Figure 1.1: a) Schema delle relative posizioni assunte da elettrone e ione durante l'interazione, con l'assunzione che la direzione della velocità non vari significativamente in seguito all'interazione. b) Potenza $P(t)$ della radiazione emessa in funzione del tempo, piccata con valore P_{max} all'istante in cui la distanza è pari a $x_{min} = b$. L'approssimazione fatta per calcolare l'energia totale emessa dalla singola interazione corrisponde all'approssimare l'intera area sottesa dalla curva $P(t)$ con l'area sottesa dalla retta di valore P_{max} tra i punti 1 e 3, in corrispondenza dei quali la potenza dell'emissione è circa pari a $0.25P_{max}$.

L'energia totale emessa dall'elettrone si può approssimare assumendo che la distanza tra elettrone e nucleo sia sempre dell'ordine del parametro di impatto b durante l'interazione, o in altri termini utilizzando come stima della potenza emessa il valore di massima potenza P_{max} (emessa in corrispondenza di b) durante tutto l'intervallo di tempo Δt (approssimazione impulsiva):

$$P\Delta t \approx \frac{2}{3} \frac{Z^2 e^6}{m^2 c^3} \frac{1}{b^3 v}. \quad (1.5)$$

L'energia emessa durante l'interazione è proporzionale a b^{-3} ed inversamente proporzionale alla velocità dell'elettrone, per cui i fotoni emessi saranno tanto più energetici quanto minore saranno l'energia cinetica dell'elettrone incidente e la sua distanza dal nucleo (parametrizzata appunto da b).

L'analisi di Fourier dell'impulso consente di ottenere la distribuzione spettrale della potenza emessa in funzione della frequenza (Figura 1.2), la quale risulta quasi piatta fino al raggiungimento di una certa frequenza di cut-off

$$\nu_{max} \approx \frac{1}{2\Delta t} \approx \frac{v}{4b}, \quad (1.6)$$

oltre la quale crolla esponenzialmente a zero.

L'energia irradiata per unità di frequenza può essere quindi approssimata come

$$\frac{dE}{d\nu} \approx \frac{P\Delta t}{\Delta\nu} \approx \frac{16}{3} \frac{Z^2 e^6}{c^3 m_e^2} \frac{1}{b^2 v^2}. \quad (1.7)$$

La radiazione emessa dal singolo elettrone è polarizzata linearmente, ma complessivamente la polarizzazione risulterà nulla. Infatti, all'interno di un plasma non vi è nulla che conferisca una direzione privilegiata al processo, e gli elettroni saranno coinvolti in un moto caotico che conferirà una differente orientazione al vettore di polarizzazione.

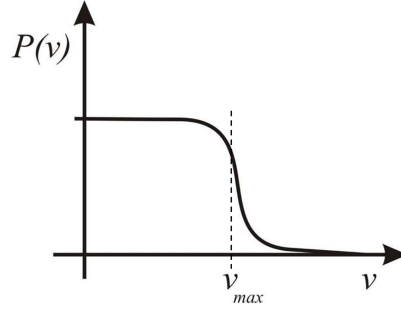


Figure 1.2: Distribuzione spettrale della potenza emessa in funzione della frequenza $P(\nu)$.

1.4 Bremsstrahlung termica di un plasma

Per ottenere l'emissività di un plasma che emette per bremsstrahlung si può iniziare considerando il caso ideale di un singolo elettrone che si muova di velocità v andando incontro ad una nube di densità numerica n_z , composta da nuclei carichi positivamente come mostrato in Figura 1.3. Considerando, in un arco di tempo dt nel quale l'elettrone percorre un tratto vdt , i nuclei per i quali l'interazione è caratterizzata da un parametro di impatto compreso tra b e $b+db$, il numero di interazioni che interesseranno l'elettrone nell'unità di tempo sarà $2\pi bdbvn_z$.

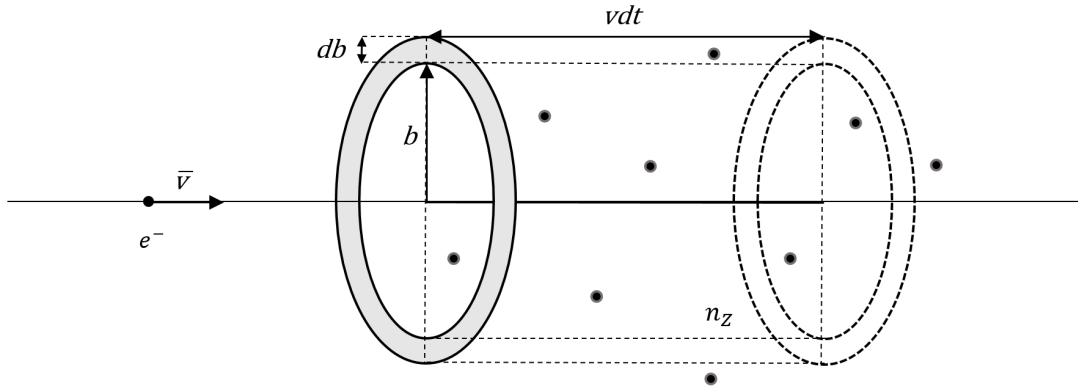


Figure 1.3: Singolo elettrone di velocità v va incontro a nube di ioni. L'area anulare evidenziata ha valore $2\pi bdb$.

Se invece di un singolo elettrone vi fosse una ideale nube di elettroni dotati tutti di medesima velocità v , con densità numerica n_e , che andasse incontro alla nube di nuclei ionizzati, il numero di interazioni che ciascuno di questi intratterrebbe nell'unità di tempo con i nuclei che si trovano a tra distanza b e $b+db$ sarebbe pari a $2\pi bdbvn_en_z$. Stabiliti i parametri di impatto minimo b_{min} e massimo b_{max} come le distanze tra elettrone e nucleo entro le quali il contributo dell'emissione di bremsstrahlung è apprezzabile,⁴ e noti a questo punto l'energia irradiata per unità di frequenza dal il singolo evento e il numero di eventi, si può ottenere l'emissività totale come:

⁴Per la stima dei parametri d'impatto si veda l'appendice.

$$J_{br}(v, \nu) = \frac{dE}{d\nu dV dt} = \int_{b_{min}}^{b_{max}} \frac{dE}{d\nu} 2\pi b db \nu n_e n_z = \frac{32}{3} \frac{Z^2 \pi e^6}{m_e^2 c^3} \frac{1}{v} n_e n_z \ln\left(\frac{b_{max}}{b_{min}}\right) \quad (1.8)$$

Già in questo caso ideale si può notare come l'emissività aumenti con l'aumentare della densità numerica delle particelle del plasma –il che aumenta il numero di interazioni- e diminuisca con l'aumentare della velocità –il che rende l'emissione conseguente all'interazione meno efficiente-.

Per poter trattare l'emissione di bremsstrahlung termica di un plasma reale, bisogna tenere in considerazione il fatto in un plasma in equilibrio termodinamico a temperatura T le velocità delle particelle seguiranno la *distribuzione di Maxwell-Boltzmann*, per cui la frazione di elettroni di velocità compresa tra v e $v + dv$ è rappresentata da

$$f(v)dv = \frac{1}{(\sqrt{\pi})^3 \alpha^3} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} 4\pi v^2 dv, \quad \text{con } \alpha(T) = \sqrt{\frac{2kT}{m_e}} \quad (1.9)$$

dove α , parametro che porta l'azione della temperatura, rappresenta sia la larghezza della distribuzione che il valore di velocità più frequentemente assunto dalle particelle: al crescere della temperatura del plasma la distribuzione risulterà meno piccata attorno ad un maggiore valore centrale.⁵ Considerando quindi che, alla luce della distribuzione di Maxwell-Boltzmann, la densità numerica di elettroni di velocità compresa tra v e $v + dv$ del plasma risulta pari a $n_e f(v)dv$, è possibile ottenere l'espressione dell'emissività specifica di un plasma in funzione della sua temperatura integrando sulle velocità, il che qualitativamente corrisponde a sommare l'emissività legata ad ogni valore di velocità v per la frazione di elettroni aventi velocità compresa tra v e $v + dv$:

$$J_{br}(\nu, T) = \int_{v_{min}}^{\infty} J_{br}(v, \nu) f(v) dv = 6.8 \times 10^{-38} T^{-1/2} e^{-\frac{h\nu}{kT}} n_e n_z Z^2 g_{ff}(\nu, T) \frac{\text{erg}}{\text{cm}^3 \text{sHz}} \quad (1.10)$$

Il limite inferiore delle velocità deriva dalla considerazione quantistica che ad una data frequenza ν , l'emissione non può derivare da elettroni la cui energia cinetica è inferiore dell'energia dei fotoni $h\nu$. Pertanto gli elettroni che contribuiscono a $J_{br}(\nu, T)$ sono tali che

$$\frac{1}{2}mv^2 \geq h\nu \quad \Rightarrow \quad v \geq \sqrt{\frac{2h\nu}{m}} = v_{min}. \quad (1.11)$$

Pertanto si ha una dipendenza esplicita dalla frequenza nell'argomento del termine esponenziale. Questo ha sull'emissività totale un'influenza irrilevante per $h\nu \ll kT$, mentre porta ad un crollo esponenziale in corrispondenza della frequenza per la quale i due termini risultano comparabili. Si definisce pertanto

$$\nu_{cutoff} = \frac{kT}{h} = 2.08 \times 10^{10} T \quad \text{Hz}. \quad (1.12)$$

Ciò è sintomo del fatto che l'energia dei fotoni emessi non può superare quella cinetica posseduta dagli elettroni, e deriva dalla decrescita esponenziale della popolazione di elettroni alle alte energie che caratterizza la distribuzione maxwelliana. Un'ulteriore dipendenza dalla frequenza si ha nel fattore di Gaunt

$$g_{ff}(\nu, T) = \frac{\sqrt{3}}{\pi} \ln\left(\frac{b_{max}}{b_{min}}\right), \quad (1.13)$$

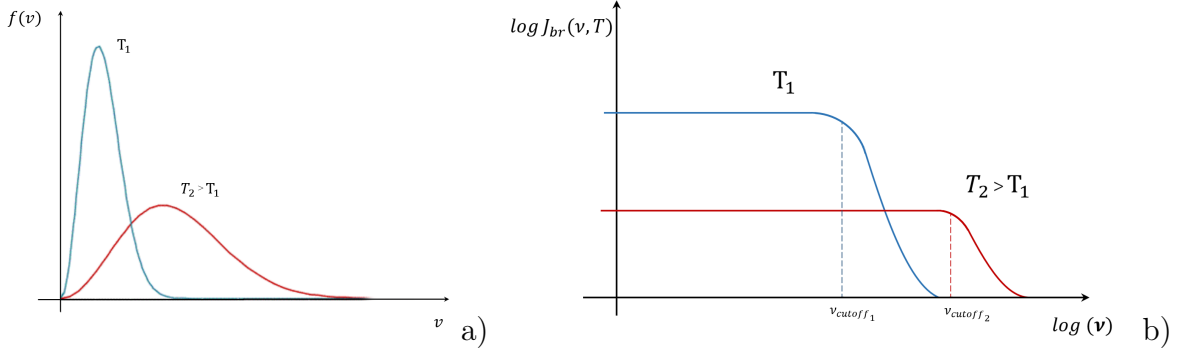


Figure 1.4: a) Distribuzione maxwelliana di velocità delle particelle di due plasmi all'equilibrio termico a temperature T_1 e $T_2 > T_1$.

b) Emissività specifica di due plasmi a diverse temperature.

che rappresenta la deviazione quantistica rispetto alla trattazione semiclassica. Il suo calcolo sorge dal fatto che gli urti contribuenti all'emissività ad una certa frequenza debbano essere caratterizzati da un parametro d'impatto entro un certo range. Ad esempio, per valori eccessivi di parametro d'impatto il campo elettrico dello ione potrebbe essere schermato dalla presenza di altre cariche [3]. La presenza di tale fattore correttivo, che per $h\nu \ll kT$ ha una dipendenza logaritmica dalla frequenza, modula l'altrimenti piatta curva di emissività in funzione della frequenza, conferendole una leggera pendenza. Il suo valore è solitamente contenuto in un range di 1-15, ed il suo effetto è apprezzabile soprattutto quando viene presa in considerazione l'emissione di grandi intervalli di frequenze[4].

Permane la dipendenza dalla densità numerica, che per un plasma astrofisico può essere trattata come $n_e n_z \sim n_e^2$. Una maggiore rarefazione comporta pertanto una emissione minore, come mostrato qualitativamente in Figura 1.4. Inoltre l'emissività specifica eredita dalla distribuzione di velocità di Maxwell una dipendenza complicata dalla temperatura. Infatti, al crescere della temperatura lo spostamento del picco della distribuzione verso valori di velocità maggiori (mostrato in Figura 1.5 a) si traduce in uno spostamento del *cutoff* verso frequenze maggiori (Figura 1.5 b), poiché ciò comporta un aumento della frazione di elettroni di energia cinetica maggiore, in grado di emettere fotoni più energetici. Invece il fatto che la distribuzione di velocità degli elettroni risulti meno piccata, fa sì che l'emissione ad ogni specifica frequenza risulti minore, e quindi appunto l'emissività specifica.

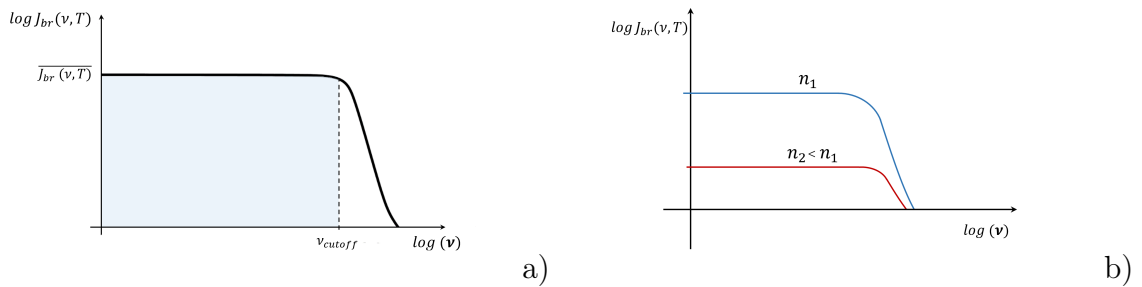


Figure 1.5: a) Il calcolo dell'integrale l'emissività totale viene approssimato con il calcolo dell'area di un rettangolo $\bar{J}_{br}(\nu, T) \times \nu_{cutoff}$.

b) Dipendenza dell'emissività specifica dalla densità.

⁵Costante di Boltzmann, $k = 1.38 \times 10^{-16} \text{ergK}^{-1}$

L'emissività totale $J_{br}(T)$ del plasma si ottiene integrando l'emissività specifica $J_{br}(\nu, T)$ su tutte le frequenze. Questa prima del cutoff ha un andamento in frequenza quasi costante, che può essere approssimato con un valore medio $\bar{J}_{br}(\nu, T)$, ottenuto considerando che il termine esponenziale contribuisce prima del *cutoff* come fattore quasi costante e introducendo un fattore di Gaunt $\bar{g}_{ff}(T)$ mediato sulla frequenza. Per frequenze $\nu \ll \frac{kT}{h}$, il valore di $\bar{g}_{ff}(T)$ risulta essere dell'ordine dell'unità. Una buona espressione dell'emissività totale si ottiene perciò moltiplicando $\bar{J}_{br}(\nu, T)$ per l'intervallo di frequenze $\Delta\nu = \nu_{cutoff}$ in cui è una buona rappresentazione di $J_{br}(\nu, T)$, approssimando cioè l'integrazione con il calcolo dell'area di un rettangolo di base ν_{cutoff} e altezza $\bar{J}_{br}(\nu, T)$ come mostrato in Figura 1.6:

$$J_{br}(T) = \frac{dE}{dt dV} = \int_0^\infty J_{br}(\nu, T) d\nu \approx 2.4 \times 10^{-27} T^{1/2} n_e n_z Z^2 \bar{g}_{ff}(T) \frac{\text{erg}}{\text{s cm}^3} \quad (1.14)$$

Dalla dipendenza da $T^{1/2}$ si può notare come l'energia persa complessivamente nell'unità di tempo aumenti al crescere della temperatura del plasma.

1.5 Bremsstrahlung termica con autoassorbimento

Quanto mostrato fino ad ora è valido nel caso di plasma otticamente sottile. Un plasma può però presentare opacità nei confronti della propria radiazione. Si parla in tal caso di *autoassorbimento* (*self-absorption*), poiché gli stessi elettroni del plasma, responsabili dell'emissione di radiazione per bremsstrahlung, possono essere responsabili del suo assorbimento mediante *free-free absorption*. Tale processo, che prevede l'assorbimento di un fotone da parte di un elettrone interagente con uno ione, comporta un nuovo guadagno di energia cinetica per gli elettroni, il che si traduce in energia interna del plasma. In condizioni di equilibrio termico a temperatura T la legge di Kirchhoff prevede che la relazione tra $j(\nu, T)$ (che può esser vista come una emissività specifica per steradiante) e la brillantezza di un corpo nero di temperatura T sia regolata dal coefficiente di assorbimento $\mu = \mu(\nu, T)$:

$$j(\nu, T) = \mu(\nu, T) B_{bb}(\nu, T) \quad , \quad (1.15)$$

dove $j(\nu, T) = J_{br}(\nu, T)/4\pi$ e $B_{bb}(\nu, T)$ è data dalla legge di Planck.

Pertanto il coefficiente di assorbimento $\mu(\nu, T)$, scritto in cgs come

$$\mu(\nu, T) = \frac{J_{br}}{4\pi B_{bb}(\nu, T)} = 3.7 \times 10^8 T^{-1/2} Z^2 n_e n_z \nu^{-3} (1 - e^{-\frac{h\nu}{kT}}) \bar{g}_{ff} \text{ cm}^{-1} \quad , \quad (1.16)$$

mostra una forte dipendenza dalla frequenza, per cui la stessa regione sarà più opaca alla radiazione di frequenza minore. In particolare per $h\nu \gg kT$ il termine esponenziale diviene trascurabile e μ proporzionale a ν^{-3} , mentre per $h\nu \ll kT$ si è nel regime di Rayleigh-Jeans, per cui

$$\mu = 0.018 T^{-3/2} Z^2 n_e n_z \nu^{-2} \bar{g}_{ff} \text{ cm}^{-1}. \quad (1.17)$$

Dall'equazione del trasporto radiativo, che tiene conto del sommarsi di effetti di emissione e di assorbimento radiativo, si può ottenere la brillantezza di bremsstrahlung:

$$B_{br}(\nu, T) = \frac{J_{br}(\nu, T)}{4\pi\mu(\nu, T)} (1 - e^{-\tau(\nu, T)}) = B_{bb}(\nu, T) (1 - e^{-\tau(\nu, T)}) \propto \frac{\nu^3}{(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1)} (1 - e^{-\tau(\nu, T)}), \quad (1.18)$$

dove $\tau = \mu(\nu, T)\ell$ rappresenta l'opacità (o spessore ottico) e ℓ la dimensione lineare della nube. Per frequenze abbastanza basse da giustificare il regime di Rayleigh-Jeans si distinguono:

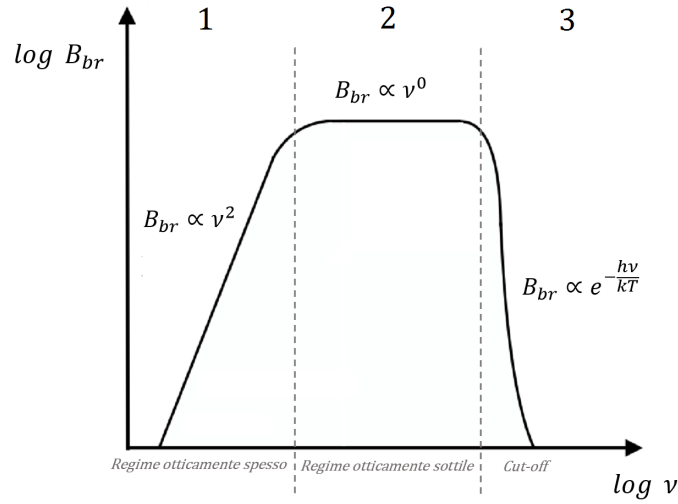


Figure 1.6: Spettro di bremsstrahlung termica in presenza di autoassorbimento, in cui si distinguono i regimi di autoassorbimento (1), otticamente sottile (2) e il *cut-off* (3).

- Regime otticamente spesso ($\tau \gg 1$) $B_{br}(\nu, T) = 2kT \frac{\nu^2}{c^2} \propto T\nu^2$
in cui l'efficiente *free-free absorption* fa subire allo spettro un irripidimento proporzionale a ν^2 (parte 1 di Figura 1.7);
- Regime otticamente sottile ($\tau \ll 1$) $B_{br}(\nu, T) = 2kT \frac{\nu^2}{c^2} \tau \propto t^{-1/2} \nu^0 Z^2 n_e n_z \bar{g}_{ff} \ell$,
in cui lo spettro resta costante (parte 2 di Figura 1.7) fino al raggiungimento di frequenze tali che il regime di Rayleigh-Jeans non sia più giustificabile ed i fotoni raggiungono energie comparabili a quelle degli elettroni: si ha pertanto il *cut-off* (parte 3 di Figura 1.7). [2][1]

1.6 Bremsstrahlung relativistica

È stata trattata sinora l'emissione da parte di plasmi termici, per cui l'emissività totale è stata calcolata integrando l'emissione del singolo evento sulla distribuzione di velocità di Maxwell-Boltzmann seguita dalle particelle, il che ha portato alla conclusione che l'emissività del plasma dipendesse dalla temperatura. Nel caso in cui le particelle abbiano velocità prossime a quelle della luce, la loro distribuzione non è più esprimibile in termini di temperatura. Considerando però un plasma ideale in cui le particelle abbiano la stessa velocità, l'emissività può essere espressa analogamente al caso non relativistico, semplicemente introducendo un opportuno fattore di Gaunt:

$$J_{br,rel}(v, \nu) = \frac{32\pi e^6}{3m^2 c^3} \frac{1}{v} n_e n_z Z^2 \ln \left(\frac{183}{Z^{1/3}} \right) \quad (1.19)$$

Per poter trattare un plasma reale, si può ricorrere alla rilevante distribuzione in termini di energia delle particelle. In astrofisica la distribuzione di energia a legge di potenza (Figura 1.8 a) è particolarmente rilevante:

$$n_e(E) \approx n_{e,0} E^{-\delta}. \quad (1.20)$$

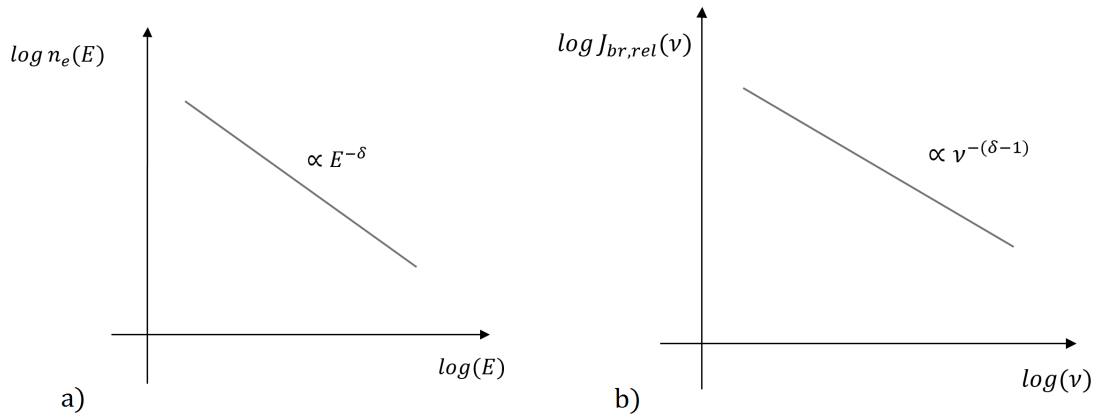


Figure 1.7:

a) Distribuzione di energia a legge di potenza;

b) conseguente distribuzione spettrale.

Integrando sulle energie

$$J_{br,rel}(\nu) \approx \int_{h\nu}^{\infty} n_e(E) n_z Z^2 dE \sim \int_{h\nu}^{\infty} E^{-\delta} dE \sim \frac{1}{1-\delta} E^{-\delta+1} \quad (1.21)$$

Si ottiene un'emissività specifica $J_{br,rel}(\nu, \nu) \propto \nu^{-(\delta-1)}$ (Figura 1.8 b) e quindi il profilo dello spettro sarà legato alla distribuzione di energia delle particelle attraverso l'*indice spettrale* δ .

Chapter 2

Applicazioni astrofisiche

2.1 Introduzione: caratteristiche e osservabili

L'emissione di bremsstrahlung termica in astrofisica è indicativa della presenza di un plasma, e quindi di un gas ionizzato le cui particelle seguono la distribuzione di velocità di Maxwell-Boltzmann. Dal continuo dello spettro che ne deriva –gli spettri di gas ionizzati sono caratterizzati anche dalla presenza di righe di emissione, più o meno importanti a seconda della temperatura e della composizione– si possono ottenere informazioni riguardo il plasma in questione. In particolare, dalla frequenza alla quale avviene il cutoff si può ricavare la temperatura di equilibrio termico del plasma, grazie alla relazione:

$$\nu_{cutoff} = \frac{kT}{h} \Rightarrow T = \frac{h\nu}{k} \quad (2.1)$$

Inoltre, in caso lo spettro presenti autoassorbimento, in corrispondenza della frequenza $\bar{\nu}$ per la quale si osserva il passaggio da regime otticamente spesso a otticamente sottile, si ha

$$\tau(\bar{\nu}, T) = \mu(\bar{\nu}, T) = 0.018 T^{-3/2} Z^2 \bar{\nu}^{-2} n_e n_z \bar{g}_{ff} \ell \approx 1 . \quad (2.2)$$

Pertanto nota la temperatura e assumendo ragionevolmente che per un plasma astrofisico $n_e \approx n_z$ e $Z^2 \approx 1$, si può ottenere un valore per la misura di emissione come:

$$E.M. = \int n_e^2 dl \approx \langle n_e^2 \rangle \ell , \quad (2.3)$$

dalla quale, note le dimensioni lineari ℓ della regione emettente per bremsstrahlung, si può ricavare una stima della densità numerica media $\langle n_e \rangle$ (e viceversa). Note una stima per n_e e per la temperatura T , è possibile conoscere un'altra caratteristica fondamentale di un plasma termico che emette per bremsstrahlung, il *tempo di raffreddamento*. Esso è definito come il rapporto tra l'energia termica per unità di volume del plasma e l'energia persa nell'unità di tempo per bremsstrahlung dall'unità di volume

$$t_{br} = \frac{E_{therm}^{tot}}{J_{br}(T)} = \frac{\frac{3}{2}(n_e + n_z)kT}{J_{br}(T)} \approx \frac{6 \times 10^3 T^{1/2}}{\bar{g}_{ff} n_e} \text{ yr} , \quad (2.4)$$

dove si è fatta l'assunzione $n_e \approx n_z$. Per plasmi più rarefatti, le interazioni meno frequenti rendono il tempo di raffreddamento più lungo. Il tempo di raffreddamento viene poi allungato anche dalla temperatura del plasma, in minor misura in quanto una temperatura superiore comporta, oltre che a un'energia interna del plasma maggiore, anche un aumento dell'emissività bolometrica. Conoscere una stima della durata

temporale dell'emissione in determinate condizioni è di particolare importanza anche perché consente di ottenere informazioni sulla sorgente ionizzante e sulla storia della ionizzazione del plasma osservato. Ad esempio, come verrà mostrato più dettagliatamente in seguito, mentre le condizioni di densità e temperatura di una regione III fanno sì che il tempo di raffreddamento sia relativamente breve, mentre per plasmi rarefatti di temperatura superiore esso può raggiungere valori confrontabili con il Tempo di Hubble $H_0 \sim 10^{10}$ Gyr.

I plasmi termici in grado di emettere per bremsstrahlung sono ampiamente diffusi nell'universo, poiché possono essere trovati ovunque vi sia una sorgente ionizzante o la densità e la temperatura siano tali da mantenere lo stato di ionizzazione (per la ionizzazione dell'idrogeno, elemento maggiormente diffuso nell'universo, sono necessarie temperature $T \sim 10^4$ K, temperature attorno alle quali si ha anche la prima ionizzazione dell'elio). Tali condizioni si verificano sia su grande scala nel mezzo intergalattico IGM -gas diffuso che occupa lo spazio tra galassie e i filamenti della cosiddetta ragnatela cosmica-, che nel mezzo intra-cluster ICM che permea gli ammassi di galassie, che su scala galattica, nel mezzo interstellare o associate alla presenza di determinati oggetti.

2.2 Ammassi di galassie e ICM

Le galassie non si trovano distribuite uniformemente nell'universo, ma legate gravitazionalmente in strutture che possono contenere un numero dell'ordine delle decine -vengono in tal caso chiamate *gruppi*- fino a migliaia di galassie, gli *ammassi*, i più grandi sistemi virializzati osservati. Questi hanno dimensioni lineari dell'ordine del Mpc ed insieme agli AGN, costituiscono le sorgenti più luminose in banda X. La loro emissione continua in tale banda (accompagnata anche da emissione in riga più o meno marcata a seconda delle abbondanze e della temperatura) è da attribuirsi alla presenza dell'intracluster medium (ICM) composto da gas rarefatto allo stato di plasma. Benché non sia osservabile in banda visibile, la sua emissione X è compatibile con bremsstrahlung termica con $\nu_{cutoff} \sim 10^{18}$ Hz (Figura 2.1 a), da cui si possono dedurre temperature caratteristiche dell'ordine di 10^{7-8} K, come nel caso dell'Ammasso della Chioma, il cui best fit dello spettro in banda X è riportato in Figura 2.1 b. L'ICM può inoltre essere studiato a lunghezze d'onda millimetriche, attraverso l'effetto Sunyaev-Zeldovich causato dall'interazione dei suoi energetici elettroni con i fotoni della CMB. L'ordine di grandezza della densità elettronica può essere dedotto, come già anticipato, dall'osservata luminosità in banda X dell'ammasso. Ad esempio per l'ammasso della Chioma si ha

$$L_x \sim J_{br}(T)\ell^3 \approx 1.4 \times 10^{-27} T^{1/2} n_e^2 \ell^3 \sim 10^{44} \frac{\text{erg}}{\text{s}} \Rightarrow n_e \sim 10^{-3} \text{cm}^{-3}, \quad (2.5)$$

dove ℓ sono le dimensioni lineari caratteristiche dell'ammasso. Un primo calcolo dell'ordine di grandezza della massa del gas si può ottenere a partire dalla densità numerica n_e derivata dalla luminosità. Assumendo temperatura e densità numerica uniformi nella regione di spazio di dimensioni ℓ^3 occupata dal mezzo intergalattico:

$$M_{gas} \approx \ell^3 n_e m_H \sim 10^{14} M_{\odot},^1 \quad (2.6)$$

dove $m_H \approx 1.6 \times 10^{-24}$ g. Dalla bassa densità elettronica $n_e \sim 10^{-3} \text{cm}^{-3}$ tipica di questi plasmi deriva un tempo di raffreddamento

$$t_{br} \approx 6 \times 10^3 \frac{(10^8 \text{K})}{10^{-3} \text{cm}^{-3}} \sim 10^{10} \text{yr} \quad (2.7)$$

¹Massa solare $M_{\odot} \approx 2 \times 10^{33}$ g .

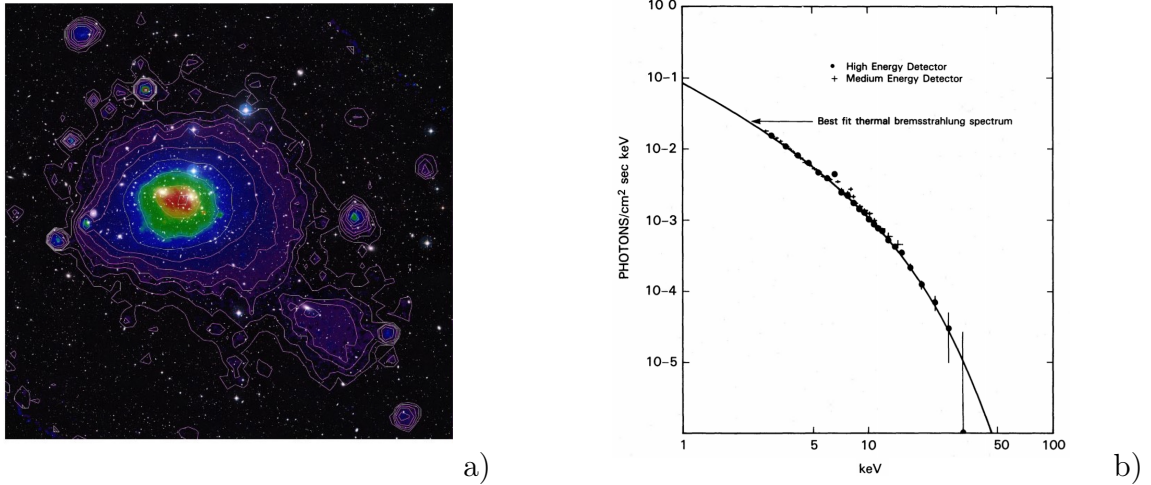


Figure 2.1: a) IGM dell'Ammasso della Chioma, immagine data da sovrapposizione di dati in banda X (ROSAT) e nel visibile (DSS). b) Best fit dello spettro dell'Ammasso della Chioma, con cutoff intorno alla decina di keV, il che si traduce in frequenze $\sim 10^{18}$ Hz e quindi in temperature $\sim 10^8$ K [6].

che supera l'età dell'universo. Si può pertanto considerare il tasso di interazioni sufficientemente basso perché il raffreddamento non avvenga ed il gas, portato a tali temperature al momento della formazione per collasso gravitazionale dell'ammasso, continui ad emettere per bremsstrahlung.

Il tempo necessario a una perturbazione sonora per attraversare l'ammasso è dato da

$$t_{attr} \approx \frac{\ell}{C_s} \sim 10^8 \text{ yr}, \quad (2.8)$$

dove $C_s \sim \sqrt{\gamma \frac{kT}{\mu}} \sim 10^8 \text{ cm/s}$ è la velocità del suono al suo interno.² Essendo t_{attr} inferiore a t_{br} di due ordini di grandezza, si può assumere raggiunta la condizione di equilibrio idrostatico. Considerando quindi la forza generata dal gradiente di pressione bilanciata dalla forza gravitazionale, si può applicare l'equazione di equilibrio idrostatico

$$\frac{dP}{dr} = - \frac{GM(r)\rho_{gas}(r)}{r^2}. \quad (2.9)$$

Approssimando il mezzo intracluster a gas perfetto, l'equazione di equilibrio idrostatico può essere combinata con $P = nKT = \rho KT / \mu m_H$, il che consente di ottenere una stima della massa dell'ammasso entro una certa distanza dal centro $M(r)$ e quindi la massa totale $M(R)$.³ Una stima accurata della massa barionica degli ammassi è di particolare importanza poiché legata alla questione nota come *missing mass problem*. Essa fu sollevata proprio a partire dal calcolo della massa dell'Ammasso della Chioma da Fritz Zwicky nel 1933, prima della nascita dell'astronomia in banda X e quindi prima che ci fosse una evidenza sperimentale che indicasse l'esistenza del mezzo intracluster. Egli partì dalle stesse ipotesi di equilibrio idrostatico, condizioni nelle quali è possibile applicare il teorema del viriale, $2\langle T \rangle + \langle U \rangle = 0$, che lega la media di energia cinetica e potenziale. A partire da ciò è possibile ottenere una relazione tra la massa totale dell'ammasso, la distanza R dal centro e la velocità media con la quale le galassie si muovono al suo interno

$$M_{tot} \approx \frac{R \langle v^2 \rangle}{G} \approx 7 \times 10^{14} M_\odot \left[\frac{\sigma_r}{1000 \text{ km/s}} \right]^2 \left[\frac{R}{\text{Mpc}} \right], \quad (2.10)$$

²Dove μ rappresenta la massa media delle particelle che compongono il plasma.

³ $T(r)$ e $\rho_{gas}(r)$ sono note per gli ammassi più brillanti e vicini, ma ove non fosse possibile la loro deduzione dallo spettro, si può approssimare assumendo una certa dipendenza funzionale, ad esempio supponendo il gas intracluster isoterma.

espressa anche in funzione della dispersione di velocità radiale tenendo conto che $\langle v^2 \rangle = 3\sigma_r^2$. Da questa relazione, applicata da Zwicky proprio all'Ammasso della Chioma, per il quale $\sigma \sim 10^3 \text{ km/s}$, deriva una massa $M_{tot} \sim 10^{14} M_\odot$, superiore di un fattore ~ 20 a quella che era stata stimata a partire dalla luminosità delle galassie, il che fu attribuito alla presenza di materia oscura. In seguito alle osservazioni condotte in banda X negli anni '70, di cui di particolare importanza furono quelle fatte con il satellite UHRU, si scoprì che gli ammassi di galassie costituiscono sorgenti X dalle luminosità dell'ordine di $\sim 10^{43 \div 45} \text{ erg/s}$. Quando questa emissione sarà attribuita alla presenza di ICM emittente per bremsstrahlung, si vedrà che questa contribuisce per $\sim 10 - 15\%$ nel giustificare la massa ottenuta a partire dalle velocità osservate, costituita solamente $\sim 5\%$ dalla massa delle galassie, mentre il restante $\sim 80 - 85\%$ è tutt'ora attribuita alla presenza di materia oscura [5] [7].

2.3 Bremsstrahlung su scala galattica: ISM

Viene chiamato *interstellar medium* (ISM) il materiale permeante le galassie, che riempie lo spazio tra stelle ed oggetti e si estende anche in una regione maggiore di quella occupata dalle stelle. Questo ha caratteristiche differenti a seconda delle condizioni di densità e temperatura e degli eventi che lo hanno processato e viene generalmente diviso in quattro fasi: *Warm/Hot ionized medium* e *Warm/Cold ionized medium*. Tra queste solo le prime due sono responsabili di emissione per bremsstrahlung. Il WIM è generalmente caratterizzato da temperature $\sim 10^4 \text{ K}$, pertanto la sua emissione per bremsstrahlung presenta cutoff per frequenze $\sim 10^{14} \text{ Hz}$. Nelle galassie ellittiche il mezzo interstellare si presenta quasi interamente sotto forma di HIM, ove le temperature sono dell'ordine di 10^7 K e le basse densità $n_e \sim 10^{-2} \text{ cm}^{-3}$ comportano un tempo di raffreddamento $\sim 10^9 \text{ yr}$ superiore all'età dell'universo, il che fa della bremsstrahlung il principale meccanismo di emissione dell'ISM, con *cutoff* intorno ai 10^{17} Hz . Nelle galassie a spirale, dove convivono invece le diverse fasi, il materiale ionizzato si concentra nel bulge, dove presenta caratteristiche simili all'ISM delle ellittiche, lungo i bracci, associato singoli corpi celesti quali stelle di tipo O/B (e quindi a formazione stellare) o traccia di eventi traumatici quali l'esplosione di supernova (Figura 2.2 a). Inoltre, si può trovare in forma dispersa permeante l'intera galassia (Figura 2.2 b) in quello che viene chiamato gas coronale, ritenuto il residuo di supernove esplose all'inizio dell'evoluzione galattica [8] [9].

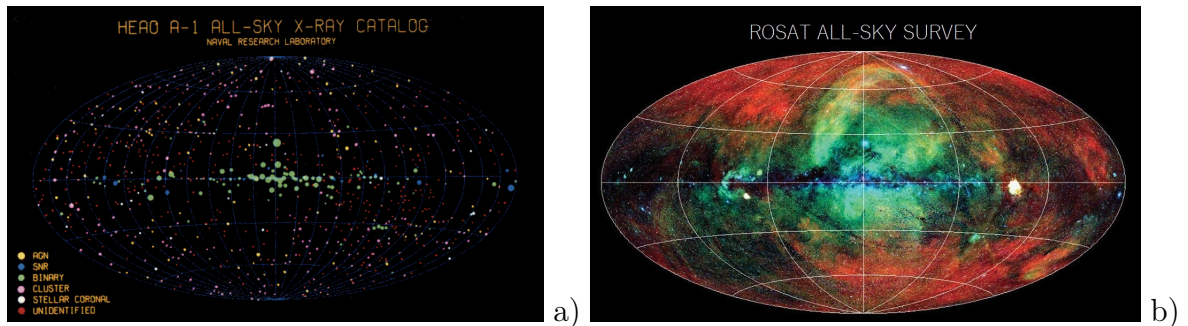


Figure 2.2: a) Circa un migliaio di sorgenti discrete di radiazione X in un range di $0.2 - 25 \text{ keV}$ ($\approx 4.8 \cdot 10^{16} - 6.1 \cdot 10^{18} \text{ Hz}$), tutti oggetti astrofisici che comportano la presenza di un plasma emittente per bremsstrahlung [Survey HEAO-1]. b) Survey del *Soft X-ray Background* eseguita dal satellite ROSAT. Il rosso corrisponde ad un intervallo di $0.1 - 0.4 \text{ keV}$ ($\approx 2.4 - 9.7 \cdot 10^{16} \text{ Hz}$), il verde a $0.5 - 0.9 \text{ keV}$ ($\approx 1.2 - 2.2 \cdot 10^{17} \text{ Hz}$) ed il blu a $0.9 - 2.0 \text{ keV}$ ($\approx 2.2 - 9.7 \cdot 10^{17} \text{ Hz}$). Si noti che intorno a queste ultime frequenze è il *cutoff* di un plasma di $\sim 10^{7 \div 8} \text{ K}$, temperatura tipica dell'HIM [10].

2.3.1 Regioni HII

Le regioni HII sono nubi di idrogeno ionizzato a causa della presenza di stelle massive di recente formazione, di classe spettrale O e B, che si trovano spesso raggruppate in ammassi distribuiti lungo i bracci delle galassie a spirale. La temperatura superficiale di queste stelle è tipicamente $\gtrsim 10^4 \text{K}$, il che conferisce loro per la legge di Wien colorazione blu ed un picco di emissione nell'UV, rendendole sorgenti di un abbondante flusso di fotoni con $\nu \gtrsim 3.3 \times 10^{15} \text{ Hz}$ e quindi energie superiori all'energia di ionizzazione dell'idrogeno ($h\nu \sim 13.6 \text{eV}$). Tale flusso mediante il processo di foto-ionizzazione $H + h\nu \rightarrow H^+ + e^-$, sarà responsabile della ionizzazione del gas circostante, composto principalmente da idrogeno, che si manterrà a temperature di equilibrio $\sim 10^{3\div 4} \text{ K}$ classificandosi come WIM. Oltre che a emissione in riga dovuta al processo inverso di ricombinazione $H^+ + e^- \rightarrow H + h\nu$, la regione HII presenterà perciò emissione continua per bremsstrahlung termica con *cutoff* nel radio $\sim 10^{14} \text{ Hz}$. Le dimensioni lineari delle regioni HII sono legate all'equilibrio di ionizzazione e ricombinazione: nel caso ideale in cui si avesse una nube uniforme di solo idrogeno, la presenza di una sorgente ionizzante genererebbe una bolla sferica, di raggio $R_s \propto n_e^{-2/3}$ pari alla distanza dalla sorgente alla quale il tasso di ricombinazione eguaglia quello di ionizzazione. All'interno della sfera, detta *sfera di Störmgren*, prevarrebbero invece i processi di ionizzazione. Poiché il mezzo non è omogeneo, le regioni HII possono assumere svariate forme, ma il *raggio di Störmgren* resta un buon indicatore delle loro dimensioni lineari, che variano tra la decina ed il centinaio di pc. Essendo le regioni HII tipicamente compatte con densità $n_e \sim 10^{1\div 3} \text{cm}^{-3}$, il tempo di raffreddamento che ne deriva secondo la formula (2.4) è relativamente breve, $t_{br} \lesssim 10^3 \text{ yr}$, per cui l'osservazione di una regione HII implica che la sorgente ionizzante, ossia una stella di tipo *early type*, sia stata attiva recentemente. L'elevata massa e quindi luminosità di tali stelle fa sì che la loro permanenza sulla *main sequence* sia breve, per cui la loro osservazione, e di conseguenza anche quella di regioni HII e della loro emissione, è sintomo di recente formazione stellare. Dalla compattezza di queste regioni deriva il manifestarsi di autoassorbimento alle frequenze più basse dello spettro. Inoltre, essendo la formazione stellare innescata dal collasso di nubi molecolari giganti, ad essa è associata anche la presenza di polvere interstellare. I grani di polvere assorbono prevalentemente la radiazione ultravioletta, perché di lunghezze d'onda \lesssim delle loro dimensioni, termalizzandola ed emettendo poi come corpi grigi con picco in corrispondenza del lontano IR. La presenza di polvere influisce sulle regioni HII in quanto protegge il mezzo dalla radiazione UV, ma allo stesso tempo può venirne sublimata. Si prendono ad esempio in considerazione W3(A) e W3(OH), due regioni HII che si trovano all'interno della nube molecolare gigante W3, la cui distanza relativamente contenuta ($\approx 1.95 \text{ kpc}$) e gli svariati siti di formazione stellare hanno reso un famoso oggetto di studio. La GMC W3 fa parte di un complesso maggiore che giace sul piano galattico, nel braccio di Perseo, di cui fa parte anche la regione HII W4 (anche nota come "Nebulosa Cuore"), la cui espansione si ritiene abbia innescato la formazione stellare in W3. W3(A) è la regione HII associata a IRS2, la stella più massiva di W3 Main (Figura 2.3 a), di classe spettrale O6.5V–O7.5V. W3(OH) deve invece il suo nome alla presenza di *masers* di OH.

Le dimensioni lineari di W3 Main sono $\approx 7 \text{ pc}$, mentre WA misura $\approx 0.64 \text{ pc}$. Dal continuo dello spettro di questa regione (Figura 2.3 b), che presenta autoassorbimento, si nota che la frequenza per la quale si ha il passaggio da regime otticamente spesso a sottile è $\bar{\nu} \sim 10^{9.5} \text{ Hz}$ [14]. Supponendo una temperatura $T \sim 10^4 \text{ K}$, compatibile con $\nu_{cutoff} \sim 10^{14} \text{ Hz}$, ed applicando

$$\tau(\bar{\nu}, T) = \mu(\bar{\nu}, T)\ell = 0.018T^{-3/2}Z^2\bar{\nu}^{-2}n_e^2\bar{g}_{ff}\ell \approx 1 \quad (2.11)$$

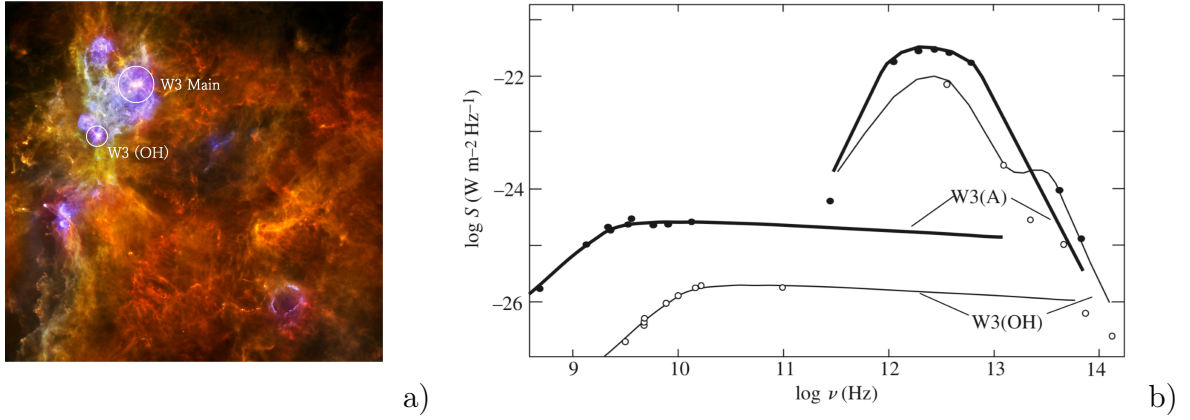


Figure 2.3: a) Immagine della GMC W3 a tre colori: blu (70μm), verde (160μm) e rosso (250μm). Si nota che tali frequenze corrispondono a frequenze dell'ordine dei ~ 10¹² Hz, in prossimità del picco di emissione della polvere dello spettro continuo. [11]. b) Spettro continuo delle regioni HII W3(A) e W3(OH) [3].

è possibile ottenere $E.M. \approx 10^{22} \text{cm}^{-5}$ e quindi $\langle n_e \rangle \approx 70 \text{cm}^{-3}$. Nello spettro è presente anche l'emissione infrarossa della polvere, con un importante picco per $\nu_{peak} \sim 10^{12} \text{ Hz}$ ($\Rightarrow \lambda_{peak} \sim 10^{-2} \text{cm}$). Dal momento che la polvere interstellare non emette come un corpo nero perfetto, avendo una temperatura di equilibrio più alta di un corpo nero ideale immerso nello stesso campo di radiazione, occorre applicare una legge che presenta una correzione rispetto alla legge di Wien per il corpo nero: $\lambda_{peak}(\mu\text{m}) \approx 2300 T_{grain}^{-1}$. Da questa si può stimare la temperatura dei grani come $T_e \sim 10 \text{K}$. Ragionamenti analoghi possono essere fatti anche per la regione W3(OH).

2.3.2 Oggetti Herbig-Haro

Herbig-Haro è il nome con cui sono noti gli oggetti studiati per la prima volta indipendentemente da George Herbig e da Guillermo Haro nella prima metà del novecento, nebulose a emissione che si trovano in prossimità di formazione stellare, che avviene a partire da disomogeneità in nubi molecolari che innescano un processo di collasso gravitazionale. Il materiale circostante continua poi ad accrescere il *protostellar core*, con maggiore efficienza nel piano perpendicolare all'asse di rotazione, formando un disco di accrescimento ed imprimendovi momento angolare. Gli oggetti che riescono a perpetrare l'accrescimento iniziano quindi a smaltire momento angolare formando dei getti bipolari di velocità crescente lungo l'asse di rotazione. Questi saranno composti inizialmente da materiale molecolare, con velocità ~ 10 km/s. Le osservazioni condotte su oggetti in questa fase mostrano un complesso spettro portante i segni nel submillimetrico di molecole (quali l'H₂CO, CH₃OH, e CO). Successivamente (~ 10⁴ yr) i getti divenuti atomici raggiungono velocità ~ 100 km/s supersoniche ($C_s \sim 1 \text{ km/s}$). Incontrando gas e polvere della nube, i getti di materiale espulso dalla protostella ne accelerano perciò le particelle tramite onde d'urto, eccitandone l'emissione in riga, fino ad arrivare a ionizzare il mezzo circostante, che emetterà con un continuo nel radio per bremsstrahlung termica e relativistica. È stata inoltre osservata radiazione radio polarizzata, sintomo di emissione di sincrotrone e quindi di magnetizzazione e elettroni relativistici, e di *masers* (si ritiene che sia infatti questa l'origine dei masers osservati in W3 (OH) [12]. Il ruolo degli Herbig-Haro, la cui configurazione caratteristica presenta due lobi diametralmente opposti, è importante perché sottolinea la presenza del nucleo protostellare in formazione. I tempi scala degli shock sono tanto brevi, ~ 10^{3÷4} yr, che questi oggetti vengono spesso considerati fasi transitorie della nube [8].

Appendice

Stima dei parametri d'impatto

Si è visto che dal singolo evento di bremsstrahlung si ha emissione con circa la stessa potenza a tutte le frequenze fino ad una certa frequenza $\nu_{max} = \frac{v}{4b}$ (Figura 1.2), oltre la quale diventa irrilevante. Quindi presa in considerazione l'emissività ad una data frequenza ν , vi contribuiranno tutti gli eventi di $\nu_{max} \geq \nu$ e pertanto di parametro d'impatto

$$b \leq \frac{v}{4\nu} \equiv b_{max}. \quad (12)$$

Per la stima del parametro d'impatto minimo b_{min} si può scegliere invece tra un approccio classico ed uno quantistico. Secondo quando ci si aspetterebbe dalla fisica classica, la variazione di velocità dell'elettrone conseguente all'emissione deve essere minore della velocità posseduta dall'elettrone prima dell'interazione:

$$\Delta v \approx a \Delta t = \frac{Ze^2}{m_e b^2} \frac{2b}{v} \leq v, \quad (13)$$

ossia

$$b \geq \frac{2Ze^2}{m_e v^2} \equiv b_{min,class}. \quad (14)$$

Considerando invece il principio di indeterminazione di Heisenberg, per cui il prodotto delle incertezze di posizione e impulso di una particella non può essere minore di \hbar , ne si deduce che il parametro d'impatto dovrà sempre essere maggiore dell'incertezza intrinseca quantistica nella determinazione della posizione, ossia:

$$\Delta p \Delta x = m_e v \Delta x \geq \hbar \Rightarrow \Delta x \geq \frac{\hbar}{m_e v} \equiv b_{min,quant}. \quad (15)$$

Confrontando le due stime di b_{min} :

$$\frac{b_{min,quant}}{b_{min,class}} \approx \frac{\hbar}{m_e v} \frac{m_e v^2}{2Ze^2} \approx \frac{137}{Z} \frac{v}{c} \quad (16)$$

Considerando poi che in un plasma all'equilibrio termico a temperatura T il legame tra la velocità media delle particelle e la temperatura è $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT$, si ottiene un'espressione di tale confronto in funzione della temperatura

$$\frac{b_{min,quant}}{b_{min,class}} \approx \frac{137}{Zc} \sqrt{\frac{3k}{m_e}} T^{1/2}, \quad (17)$$

sintomo del fatto che per temperature elevate si deve tenere in considerazione il limite quantistico.

Bibliography

- [1] G. B. Rybicki, A. P. Lightman, *Radiative Processes in Astrophysics*, Weinheim, WILEY-VHC, 2004.
- [2] C. Fanti, R. Fanti, *Lezioni di Radioastronomia*, Dispense, 2012.
- [3] H. Bradt, *Astrophysics Processes*, Cambridge University Press, 2008.
- [4] M. S. Longair, *High Energy Astrophysics*, Cambridge University Press, 2011.
- [5] P. Best, *Bremsstrahlung and galaxy clusters*, dispense, 2012.
- [6] M. J. Henriksen, R. F. Mushotzky, *The X-ray Spectrum of the Coma Cluster of Galaxies*, NASA/Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland, 1985.
- [7] C. L. Sarazin, *X-ray emission from clusters of galaxies*, University of Virginia, Charlottesville, 1986.
- [8] D. Dallacasa, *Processi di radiazione e MHD*, appunti, 2018.
- [9] L. Dore, *Atomi e molecole nel cosmo*, appunti, 2018.
- [10] M. J. Freyberg, R. Egger, *ROSAT PSPC All-Sky Survey: completion and new spectral analysis of the diffuse soft X-ray background maps*, Max-Planck-Institut für extraterrestrische Physik, 1999.
- [11] A. Rivera-Ingraham, P. G. Martin, *Herschel Observations of the W3 GMC: Clues to the Formation of Clusters of High-mass Stars*, The Astrophysical Journal, 2013.
- [12] A. de Witt, M. Bietenholz, R. Booth, M. Gaylard, *A Survey for Ground-State OH Masers, Toward a Sample of Herbig-Haro Objects*, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 2013.
- [13] C. E. Woodward, E. F. Polomski, R. D. Gehrz, *Spitzer Observations of the Giant Molecular Cloud W3*, University of Minnesota, Minneapolis, 2006.
- [14] A. Bik, T. Henning, A. Stolte, W. Brandner, D. A. Gouliermis, M. Gennaro¹, A. Pasquali, B. Rochau, H. Beuther, N. Ageorges, W. Seifert, Y. Wang, and N. Kudryavtseva, *Age Spread in W3 Main: Large Binocular Telescope/Luci Near-Infrared Spectroscopy of the Massive Stellar Content*, The Astrophysical Journal, 2011.

Ringraziamenti

In realtà mi sento un po' imbarazzata e un po' presuntuosa nello scrivere dei ringraziamenti, però suppongo di sentirmi debitrice verso troppe persone per non cogliere l'occasione e ringraziarle.

Ringrazio tutta la mia famiglia "allargata", la pazienza di mia sorella, e i veri supereroi che mi hanno sempre sostenuta nello studio, i miei genitori.

Ringrazio i miei cugini di Ferrara, per i miei primi giorni bolognesi.

Ringrazio i ragazzi di via Irnerio e chi di loro adesso si trova in Australia, per avermi ospitata ed essere stati il mio primo punto di riferimento bolognese, con tutto quello che ha comportato.

Ringrazio ogni faccia che ha contribuito a rendere l'università un posto stimolante e collaborativo, e ogni faccia che ha finito per diventare importante.

Infine ringrazio tutti i volontari, la fauna e tutte le belle persone che orbitano intorno all'aula studio P., che hanno condiviso con me questi ultimi e intensi mesi.